

재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름¹

정호영*⁰ 김희철* 박정흠**

*한국의국어대학교 컴퓨터및정보통신공학부(sm8876@cse.hufs.ac.kr hckim@hufs.ac.kr)

**가톨릭대학교 컴퓨터·전자공학부(jhpark@tcs.cuk.ac.kr)

Fault Diameter of Recursive Circulants $G(2^m, 2^k)$

Hoyoung Jung*, Hee-Chul Kim*, Jung-Heum Park**

*School of Computer and Information Communications Engineering, Hankuk University of Foreign Studies

**School of Computer Science and Electronic Engineering, The Catholic University of Korea

요 약

본 논문에서는 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 에서 노드에 고장이 났을 경우 임의의 두 노드사이의 고장이 없는 최단경로의 길이를 분석한다. $m > k+1$ 인 $G(2^m, 2^k)$ 에서 $m = nk+r$ 이라 하자. 여기서 $n \geq 1$ 이고, $1 \leq r \leq k$ 이다. $m > k+1$ 인 $G(2^m, 2^k)$ 에서 임의의 연결도-1 개 이하의 노드에 고장이 있을 경우, 모든 두 노드 사이의 고장이 없는 가장 짧은 경로들의 길이의 최대값, 즉 $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름은, n 이 짝수이면 $\text{dia}_{m,k}+2$ 이하이고, n 이 홀수이면 $\text{dia}_{m,k}+3$ 이하이다. 여기서 $\text{dia}_{m,k}$ 는 $G(2^m, 2^k)$ 의 지름이다.

1. 서 론

대규모 계산 수행의 필요가 증가함에 따라, 고성능의 컴퓨터를 구성하는 방법 중 특히 복수개의 처리장치들을 특정한 상호연결망을 통하여 구성한 후, 상호간의 메시지 교환을 통하여 대규모의 연산을 병렬로 빠르게 처리하는 방식이 선호되고 있다[1]. 이와 같은 상호연결망 구조로는 선형 배열, 링, 스타, 트리, 메쉬, 하이퍼큐브 등과 재귀원형군이 있다[2]. 다중 컴퓨터 네트워크에서 고장 감내에 관한 척도로 그 연결망 구조의 연결도가 있다. 연결도가 $\chi(G)$ 인 연결망은 임의의 $\chi(G)-1$ 개 혹은 그 이하의 노드에 고장이 발생하더라도 연결망이 분리되지 않는다. 재귀원형군 $G(N, d)$ 의 연결도 $\chi(G)$ 는 분지수 $\delta(G)$ 와 같다고 알려져 있다[3]. 고장 감내에 관한 다른 척도로 고장지름이 있다. 그래프 G 의 지름 $\text{dia}(G)$ 는 모든 두 노드 사이의 가장 짧은 경로들의 길이의 최대값이고, 고장지름 $\text{fd}(G)$ 는 임의의 $\chi(G)-1$ 개 이하의 노드를 삭제하고 남은 그래프의 최대 지름을 말한다. n -차원 하이퍼큐브 Q_n 의 지름은 n 이고 고장지름은 $n+1$ 로 알려져 있다[4]. 그리고 재귀원형군 $G(2^m, 4)$ 의 지름 $\text{dia}(G)$ 는 $\lceil (3m-1)/4 \rceil$ 이고 고장지름 $\text{fd}(G)$ 는 $\text{dia}(G) + 1$ 이다[2,5]. $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름은 $k \geq 2$ 일때, $\text{dia}(G)$ 이하로 알려져 있다[6].

본 논문에서는 [6]에서 제시한 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름의 결과를 개선한다. 2장에서 재귀원형군

$G(2^m, 2^k)$ 의 기본적인 성질에 대해 알아보고, 3장에서는 $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름의 새로운 상한값을 제시한다.

2. 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 의 기본적인 성질

이 장에서는 $G(2^m, 2^k)$ 의 기본적인 성질을 소개한다. 재귀원형군 $G(N, d)$ 는 N 개의 노드를 가지고 $E = \{(v, w) \mid v + d^k = w \pmod{N}, 0 \leq k \leq \lceil \log_d N \rceil - 1\}$ 인 에지의 집합을 가지는 그래프이다.

성질 1. $m \geq k$ 인 $G(2^m, 2^k)$ 는 $G(2^{m-k}, 2^k)$ 와 동형인 G_i ($1 \leq i \leq 2^k$)들의 재귀적 구조로 이루어져 있다. $m \geq 2k$ 인 G_i 도 역시 재귀적 구조를 가진다[6]. 즉 $m \geq 2k$ 인 G_i 는 $G(2^{m-2k}, 2^k)$ 와 동형인 $G_{i,1}, G_{i,2}, \dots, G_{i,2^k}$ 로 이루어져 있다.

성질 2. $2^{k-1} + 1 < i \leq 2^k$ 인 G_i 는 G_1 에 대해 G_2^{k-i+2} 와 위치적으로 대칭적이다. 또한, $2^{k-1} + 1 < i \leq 2^k$ 인 $G_{i,j}$ 는 $G_{1,1}$ 에 대해 $G_2^{k-i+2, (j+1) \bmod 2^k}$ 와 위치적으로 대칭적이다

재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 는 노드 대칭적이므로[2], 성질1 과 성질 2에 의하여 $m \geq 2k$ 인 $G(2^m, 2^k)$ 에서 모든 두 노드 u, v 사이의 경로를 구하는 것은 $u \in G_{1,1}$ 인 어떤 노드 u 로부터 다른 모든 $v \in G_{i,j}$ ($1 \leq i, j \leq 2^{k-1} + 1$)까지의 서로 다른 경로를 구하는 것과 같다.

3. 고장지름

¹ 이 논문은 한국과학재단 지역대학 우수과학자 지원연구(2000-1-30300-014-3)의 연구비를 지원받았음

이 장에서는 $m > k + 1$ 인 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름을 분석한다. 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 의 지름은 $\text{dia}_{m,k}$ 로, 고장지름은 $\text{fd}_{m,k}$ 로 표기한다. $\text{dia}_{m,k}$ 는 다음과 같은 성질이 있다[6]: $m \geq 2k$ 일 때, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1}$ 이면 $\text{dia}_{m-k,k} = \text{dia}_{m-2k,k} + 2^{k-1} - 1$ 이고, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} - 1$ 이면 $\text{dia}_{m-k,k} = \text{dia}_{m-2k,k} + 2^{k-1}$ 이다. 고장지름의 성질로서 그래프 G 에서 임의의 두 노드 사이의 길이가 f 이하인 $\chi(G)$ 개의 서로 소인 경로가 존재하면 고장지름 $\text{fd}(G) \leq f$ 이다 [7].

소정리 1. $m \leq k$ 일 경우 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G)=2$, $\text{dia}_{m,k}=2^{m-1}$, $\text{fd}_{m,k}=2^m-2$ 이다.

소정리 2. $m=k+1$ 일 경우, 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G)=3$, $\text{dia}_{m,k}=2^{k-1}$, $\text{fd}_{m,k}=2^k-1$ 이다.

소정리 3. $k+1 < m \leq 2k$ 일 경우, 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G)=4$, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} - 1 = 2^{m-k-1} + 2^{k-1} - 1$, $\text{fd}_{m,k} \leq 2^{m-k-1} + 2^{k-1} + 2 = \text{dia}_{m,k} + 3$ 이다.

소정리 4. $m=2k+1$ 일 경우, 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G)=5$, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-2k,k} + 2^k - 1 = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} = 2^k$, $\text{fd}_{m,k} \leq 2^k + 2 = \text{dia}_{m,k} + 2$ 이다.

소정리 5. $2k+1 < m \leq 3k$ 일 경우, 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G)=6$, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-2k,k} + 2^k - 1 = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} = 2^{m-2k-1} + 2^k - 1$, $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m-2k,k} + 2^k + 1 = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} + 2 = \text{dia}_{m,k} + 2$ 이다.

소정리 6. $m = 3k+1$ 일 경우, 분지수, 지름, 고장지름은 각각 $\delta(G) = 7$, $\text{dia}_{m,k} = \text{dia}_{m-2k,k} + 2^k - 1 = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} - 1 = 2^k + 2^{k-1} - 1$, $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m-2k,k} + 2^k + 2 = \text{dia}_{m-k,k} + 2^{k-1} + 2 = \text{dia}_{m,k} + 3$ 이다.

정리 1. $m > k + 1$ 인 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 에서 $m = nk+1$ 일 때, n 이 짝수이면 $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m,k} + 2$ 이고 n 이 홀수이면 $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m,k} + 3$ 이다.

증명. N 에 관한 수학적 귀납법에 의하여 증명한다. 위의 재귀원형군 $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 는 분지수가 홀수이다.
i) $n=2$, $n=3$ 일 경우의 고장지름은 소정리 4,6에 의해 각각 $\text{fd}_{2k+1,k} \leq \text{dia}_{2k+1,k} + 2$, $\text{fd}_{3k+1,k} \leq \text{dia}_{3k+1,k} + 3$ 이 성립한다.
ii) 모든 $p(p < n)$ 에 대하여 위 정리가 성립한다고 가정하자. 이것은 $G(2^{pk+1}, 2^k)$ 에서 임의의 두 노드 u 와 v 사이의 노드가 중복되지 않는, 길이가 $\text{dia}_{pk+1,k} + c$ 이하의 경로가 분지수 만큼 존재한다는 것을 의미한다. c 는 p 가 짝수이면 2이고, 홀수이면 3이다. $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 에 대해 위 정리가 성립함을 n 이 홀수일 경우와 짝수일 경우로 나누어 보인다.

(1) n 이 홀수일 경우
 $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 의 지름 $\text{dia}_{nk+1,k} = \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 2^{k-1} - 1$ 이다. $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 는 그래프 $G(2^{(n-1)k+1}, 2^k)$ 에 2개의 에지가 연결되어 있는 형태이다. 그림 1 (a)와 같이 v 에서 G_2^k 에 인접

한 에지로부터 출발하는 경로, G_2 에 인접한 에지로부터 출발하는 경로, G_1 에 인접한 에지들($\delta(G)-2$ 개)로부터 출발하는 경로를 각각 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 라 하자. u 와 v 가 서로 위치적으로 대칭일 경우, v 가 u 와 대칭인 노드와 인접할 경우, 나머지 그렇지 않을 경우로 구분하여 알아본다.

(1-1) u 와 v 가 서로 위치적으로 대칭일 경우
각 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 에 대해, 경로 P_1 은 $u-G_2^k-G_2^k$ 에서 v 와 대칭인 노드- $G_2^{k-1}-\dots-v$, 경로 P_2 는 $u-G_2-\dots-G_{i-1}-v$, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $u-u$ 에서 G_1 에 인접한 노드들- $G_2-\dots-G_i-v$ 이다. 각 경로의 길이는 경로 P_1 은 2^k 이하($n \geq 5$ 에 대해 $\text{dia}_{(n-1)k+1,k} \geq 2^k + 2^{k-1}$ 이므로 $2^k \leq \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 2^{k-1} + 2$ 이다), 경로 P_2 는 2^{k-1} 이하, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $2^{k-1} + 2$ 이하이다.

(1-2) v 가 u 와 대칭인 노드와 인접할 경우
경로 P_1 은 $u-G_2^k-G_2^k$ 에서 v 와 대칭인 노드- $G_2^{k-1}-\dots-v$, 경로 P_2 는 $u-G_2-\dots-G_i-v$, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 중에 하나의 경로는 $u-u$ 에서 G_1 에 인접한 노드들- $G_2-\dots-G_{i-1}-v$ 이고, 나머지 $\delta(G)-3$ 가지의 경로는 $u-u$ 에서 G_1 에 인접한 노드들- $G_2-\dots-G_i-v$ 이다. 각 경로의 길이는 경로 P_1 은 2^k+1 이하, 경로 P_2 는 $2^{k-1}+1$ 이하, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $2^{k-1} + 2$ 이하이다.

(1-3) (1-1)또는 (1-2)이 아닌 경우
경로 P_1 은 $u-G_2^k-G_2^k$ 에서 v 와 대칭이고 G_1 에 속한 노드에 인접한 노드로의 경로- $G_1-\dots-v$, 경로 P_2 는 $u-G_1-\dots-G_{i+1}-G_{i+1}$ 에서 v 에 인접한 노드로의 경로- v , 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $u-u$ 에서 G_1 에 인접한 노드들- G_i-v 로의 서로 다른 경로이다. 각 경로의 길이는, 경로 P_1 은 $1 + \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 1 + 2^{k-1}$ 이하, 경로 P_2 는 $2^{k-1} + 1 + \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $1 + 2^{k-1} + \text{fd}_{(n-1)k+1,k} - 1 = 2^{k-1} + \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 2$ 이하이다. 그러므로 n 이 홀수일 경우 $\text{fd}_{nk+1,k} \leq \text{dia}_{nk+1,k} + 3$ 이 성립한다.

(2) n 이 짝수일 경우
 $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 의 지름 $\text{dia}_{nk+1,k} = \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 2^{k-1} = \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 2^k - 1$ 이다. $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 는 그래프 $G(2^{(n-1)k+1}, 2^k)$ 에 2개의 에지가 연결되어 있는 형태이다. 그림 1 (b)와 같이 v 에서 각각 $G_2^k, G_2, G_{1,2}^k, G_{1,2}$ 에 인접한 에지로부터 출발하는 경로, $G_{1,1}$ 에 인접한 에지들($\delta(G)-4$ 개)로부터 출발하는 경로를 각각 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, \dots, P_{\delta(G)}$ 라 하자. 이 경우 $v \in G_1$ 에 대하여 $1 \leq i \leq 2^{k-1}$ 인 경우와 $i = 2^{k-1} + 1$ 나누어 알아보면, 다시 $i = 2^{k-1} + 1$ 인 경우에는 $v \in G_2^{k-1+1,j}$ 에 대하여 각각 $1 \leq j < 2^{k-1}$, $j = 2^{k-1}$, $j = 2^{k-1} + 1$ 인 경우로 나누어 살펴본다.

(2-1) $v \in G_1(1 \leq i \leq 2^{k-1})$ 인 경우(그림 1 (a)참조), 각 $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 의 경로는 위 (1)의 n 이 홀수일 경우와 동일하며, 각 경로의 길이는, P_1 은 2^k 이하($n \geq 4$ 에 대해 $\text{dia}_{(n-1)k+1,k} \geq 2^k + 2^{k-1} - 1$ 이므로 $2^k \leq \text{dia}_{(n-1)k+1,k} +$

$2^{k-1} + 1$ 이다), P_2 는 $2^{k-1} + \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 $P_3, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $2^{k-1} + \text{fd}_{(n-1)k+1,k} - 1 = 2^{k-1} + \text{dia}_{(n-1)k+1,k} + 2$ 이하이다.

(2-2) $v \in G_2^{k-1} + 1$ 인 경우, $v \in G_2^{k-1} + 1, j$ 에 대하여 각각 $1 \leq j < 2^{k-1}, j = 2^{k-1}, j = 2^{k-1} + 1$ 인 경우로 나누어 살펴본다.

(2-2-1) $v \in G_2^{k-1} + 1, j (1 \leq j < 2^{k-1})$ 인 경우(그림 1 (b)참조), 각 $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, \dots, P_{\delta(G)}$ 에 대해, 경로 P_1 은 $u - G_2^{k-2} - G_2^{k-1} - \dots - G_2^{k-j+1} - \dots - G_{i,j} - G_{i,j+1}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v , 경로 P_2 는 $u - \dots - G_{i,1} - \dots - G_{i,j-1} - v$ 이거나 $u - \dots - G_{i,1} - \dots - G_{i,j} - G_{i,j}$ 에서 $|P_5 \dots P_{\delta(G)}| - 1$ 개의 경로와 노드의 중복이 없는 v 로의 경로, P_3 은 $u - G_{1,2}^k - G_{2,2}^{k-1} - \dots - G_{i+1,2}^{k-1} - G_{i+1,2}^k - G_{i+1,1} - G_{i+1,j} - G_{i+1,j}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v , 경로 P_4 는 $u - G_{1,2} - \dots - G_{i,j} - \dots - G_{i-1,j} - G_{i-1,j}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v , 경로 $P_5, \dots, P_{\delta(G)}$ 는 $u - u$ 에서 인접한 $G_{1,1}$ 로의 노드들- $\dots - G_{i,1} - \dots - G_{i,j} - v$ 로의 서로 다른 경로이거나, $u - u$ 에서 인접한 $G_{1,1}$ 로의 노드들- $\dots - G_{i,1} - \dots - G_{i,j-1} - G_{i,j-1}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로이다. 각 경로의 길이는, 경로 P_1 은 $1 + 1 + 2^{k-1} - 1 + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_2 는 $2^{k-1} + 2^{k-1} - 2 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} = \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 2^k$ 이하, 경로 P_3 는 $1 + 1 + 2^{k-1} - 2 + 1 + 1 + 2^{k-1} - 2 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_4 는 $2^{k-1} - 2 + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 $P_5 \dots P_{\delta(G)}$ 는 $1 + 2^{k-1} + 2^{k-1} - 2 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} - 1 = \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 2^k + 1$ 이하이다.

(2-2-2) $v \in G_2^{k-1} + 1, j (j = 2^{k-1})$ 인 경우(그림 1 (c)참조) 경로 $P_2, P_4, P_5 \dots P_{\delta(G)}$ 는 (2-2-1)과 같고 경로 P_1 은 $u - G_2^{k-2} - \dots - G_2^{k-j} - \dots - G_{i+1,j} - G_{i+1,j}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v , 경로 P_3 는 $v - G_{1,2}^k - \dots - G_{i,2}^k - \dots - G_{i,j+1} - G_{i,j+1}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v 이다. 각 경로의 길이는, 경로 P_1 은 $1 + 2^{k-1} + 2^{k-1} - 2 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$, 경로 P_2 는 $2^{k-1} + 2^{k-1} - 1 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} = 2^k + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_3 는 $1 + 2^{k-1} + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_4 는 $2^{k-1} - 1 + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 $P_5 \dots P_{\delta(G)}$ 는 $1 + 2^{k-1} + 2^{k-1} - 1 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} - 1 = \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 2^k + 1$ 이하이다.

(2-2-3) $v \in G_2^{k-1} + 1, j (j = 2^{k-1} + 1)$ 인 경우(그림 1 (d)참조) 경로 P_3, P_4 는 (2-2-2)와 같고, 경로 P_1 은 $u - G_2^{k-2} - \dots - G_2^{k-j} - \dots - G_{i+1,j} - v$ 이거나, $u - G_2^{k-2} - \dots - G_2^{k-j} - \dots - G_{i,j} - G_{i,j}$ 에서 $|P_5 \dots P_{\delta(G)}| - 1$ 과 노드의 중복이 없는 v 로의 경로, 경로 P_2 는 $v - \dots - G_{i,1} - \dots - G_{i,j-1} - G_{i,j-1}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v , 경로 $P_5 \dots P_{\delta(G)}$ 는 $u - G_{1,1}$ 에서 u 와 인접한 노드들- $G_2^{k-2} - \dots - G_2^{k-j} - \dots - G_{i,j} - G_{i,j}$ 에서 v 로의 서로 다른 경로들이거나, $u - G_{1,1}$ 에서 u 와 인접한 노드들- $G_2^{k-2} - \dots - G_2^{k-j} - \dots - G_{i+1,j} - G_{i+1,j}$ 에서 v 와 인접한 노드로의 경로- v 이다. 각 경로의 길이는, 경로 P_1 은 $1 + 2^{k-1} - 1 + 2^{k-1} - 1 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} = \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 2^k + 1$ 이하, 경로 P_2 는 $2^{k-1} + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_3 는 $1 + 2^{k-1} + 2^{k-1} - 2 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 P_4 는 $2^{k-1} + 2^{k-1} - 1 + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하, 경로 $P_5 \dots P_{\delta(G)}$ 는 $1 + 1 + 2^{k-1} - 1 + 2^{k-1} - 1 + \text{fd}_{(n-2)k+1,k} - 1 = 2^k + \text{dia}_{(n-2)k+1,k} + 1$ 이하이다. $n > k + 1$ 인 $G(2^{nk+1}, 2^k)$ 에 대해 $m = nk + 1$ 일때 n 이 짝수이면 $\text{fd}_{nk+1,k} \leq \text{dia}_{nk+1,k} + 2$, n 이 홀

수이면 $\text{fd}_{nk+1,k} \leq \text{dia}_{nk+1,k} + 3$ 이 성립한다. ■

정리 2. $m > k + 1$ 인 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 에서, $m = nk + r, 1 < r \leq k$ 일때, n 이 짝수이면 $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m,k} + 2$ 이고 n 이 홀수이면 $\text{fd}_{m,k} \leq \text{dia}_{m,k} + 3$ 이다.

증명. 위의 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 는 분지수가 홀수이다. 정리 1과 비슷한 방법으로 증명할 수 있다.

4. 결론

본 논문에서는 $m > k + 1$ 인 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 에서 고장지름에 관하여 연구하였다. $m > k + 1$ 인 재귀원형군 $G(2^m, 2^k)$ 에서 $m = nk + r, 1 \leq r \leq k$ 일 때, $G(2^m, 2^k)$ 의 고장지름 $\text{fd}_{nk+1,k}$ 는 n 이 짝수이면 $\text{dia}_{m,k} + 2$ 이하이고, n 이 홀수이면 $\text{dia}_{m,k} + 3$ 이하임을 보였다.

5. 참고문헌

- [1] 윤현수, 정재훈, "대규모 메시지 전송 슈퍼 컴퓨터의 구조," 정보과학회지 9, pp. 63-73, 1991.
- [2] J.-H. Park and K.-Y. Chwa, "Recursive Circulant: a new topology for multicomputer networks," in *Proc. ISPAN'94*, Kanazawa Japan, pp.73-80, 1994.
- [3] 정성우, 김숙연, 박정흠, 좌경룡, "Recursive circulant 그래프의 연결도," 한국정보과학회 봄 학술발표논문집, vol. 19, no. 1, pp. 591-594, 1992.
- [4] A. Latifi, "Combinatorial analysis of the fault-diameter of n -cube," IEEE Transaction on computers, vol. 42, pp. 27-33, 1993.
- [5] 김희철, 김상범, 좌경룡, "재귀원형군의 고장지름," 한국정보과학회 가을 학술발표논문집, vol. 21, no. 2, pp. 663-665, 1994.
- [6] 박정흠, 좌경룡, "재귀원형군의 위상 특성: 서로소인 경로," 정보과학회논문지(A) 제 26권 제 8 호, pp. 1009-1023, 1999
- [7] M.S. Krishnamoorthy and B. Krishnamurthy, "Fault diameter of interconnection networks," *Comput. Math. Applic.* 13(5/6), pp. 577-582, 1987.

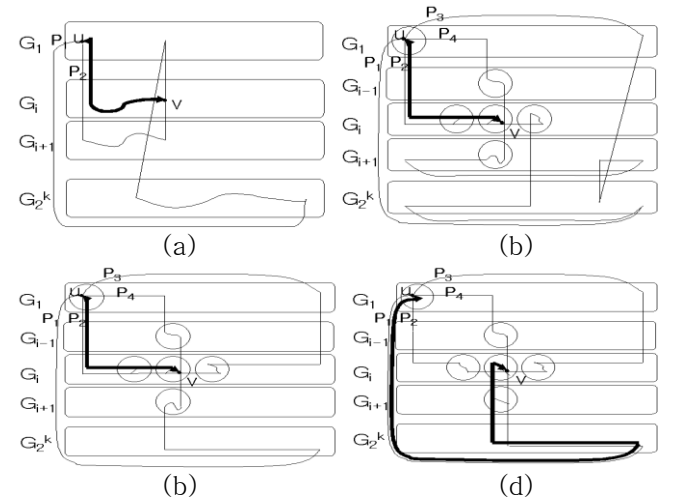


그림 1.

